

22^{ème} Congrès Français de Mécanique

Lyon, 24 au 28 Août 2015

Réduction de modèle pour des structures minces dans un fluide acoustique en utilisant XFEM

A. LEGAY

Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés
Conservatoire National des Arts et Métiers
292 rue Saint-Martin, 75141 Paris Cédex 03, France
antoine.legay@cnam.fr

Résumé :

La réduction de bruit dans le domaine des transports est une contrainte de plus en plus importante que les ingénieurs doivent pouvoir prendre en compte dès la phase de conception. Cette exigence implique la mise en place de méthodes permettant, par exemple, d'étudier efficacement l'influence de l'aménagement d'une cabine d'avion sur le niveau de bruit intérieur ou de la position du fût-antenne au niveau de l'étrave d'un sous-marin sur le bruit rayonné. Autrement dit, l'objectif est d'évaluer la robustesse de la réponse acoustique en fonction des positions incertaines de structures immergées dans une cavité acoustique. La méthode des éléments finis peut être utilisée pour modéliser ce problème couplé, mais le maillage du fluide acoustique doit être reconstruit à chaque modification d'une des structures immergée afin de garantir la compatibilité de maillage à l'interface. La première idée est d'utiliser la méthode des éléments finis étendus (XFEM) pour enrichir l'espace d'approximation de la pression acoustique tout en gardant un maillage fluide fixe, indépendant des structures. La deuxième idée est de proposer une base de réduction du problème couplé construite à partir de projections modales.

Abstract :

Noise reduction for passengers comfort in transport industry is now an important constraint to be taken into account during the design process. This leads to the study of several configurations of the structures inside a given acoustic cavity (optimization, uncertainty, ...). The classical finite element method needs an interface conforming mesh for each studied configuration which may become time consuming. The aim of this work is to be able to efficiently analyze different configurations of structures immersed in the acoustic domain and their influence on the noise level in the cavity. The thin flexible structures, with no thickness in the acoustic domain and discretized using shell elements, are immersed arbitrarily within the acoustic mesh allowing to always use the

same acoustic mesh. This makes the parametric study easier since it does not involved a meshing process anymore. The first idea is to use XFEM in order to take into account the structure influences in the acoustic compressible fluid domain by enriching the pressure by a Heaviside function. The second idea is to build reduced basis based on modal projections.

Mots clefs : vibroacoustique, XFEM, interaction fluide-structure, synthèse modale

1 Discrétisation du problème couplé structure-acoustique

On considère une structure mince immergée dans un fluide acoustique (Fig. 1). Le fluide acoustique est décrit par la fluctuation de pression p autour d'un état d'équilibre. La structure est modélisée par des éléments finis de coques. La fluctuation de pression dans le fluide est discrétisée par des éléments finis volumiques. Ces deux maillages sont indépendants, permettant ainsi de placer arbitrairement la structure dans le maillage donné de la cavité. La fluctuation de pression étant discontinue de part et d'autre de la structure, cette discontinuité est prise en compte par enrichissement de la base d'approximation du fluide par une fonction de Heaviside (XFEM [1]):

$$p(M) = \sum_{i \in \mathcal{S}} N_i(M) P_i + \sum_{i \in \mathcal{E}} N_i(M) \psi(M) A_i \quad (1)$$

où \mathcal{S} est l'ensemble des nœuds du maillage, $N_i(M)$ est la fonction de forme associée au nœud i , P_i est la valeur de pression nodale, \mathcal{E} est l'ensemble des nœuds enrichis (nœuds connectés aux éléments coupés par la structure), $\psi(M)$ est la fonction d'enrichissement qui est égal à la fonction de Heaviside le long de la structure (± 1 suivant la position de M par rapport à la structure) et qui est rendue continue le long des bords libres de la structure dans le fluide, et A_i est l'inconnue additionnelle provenant de l'enrichissement.

La discrétisation du problème couplé par éléments finis conduit au système d'équations suivant, qui doit être résolu pour chaque pulsation ω [3]:

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{FF} & \mathbf{K}_{FA} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{FA}^T & \mathbf{K}_{AA} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{C}_{SA} & \mathbf{K}_{SS} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{FF} & \mathbf{M}_{FA} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{FA}^T & \mathbf{M}_{AA} & \mathbf{C}_{SA}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{SS} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{P}_F \\ \underline{P}_A \\ \underline{U}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2 \underline{U}_F \\ \mathbf{0} \\ \underline{F}_S \end{bmatrix} \quad (2)$$

où \underline{P}_F et \underline{P}_A sont respectivement les pressions nodales des parties standard et enrichie, tandis que \underline{U}_S est le champ de déplacement de la structure écrit dans la base d'approximation de la structure. Le terme \underline{U}_F correspond à une source acoustique éventuelle et \underline{F}_S représente les forces extérieures agissant sur la structure. Ce système montre que le couplage fluide-structure est uniquement réalisé via l'enrichissement et

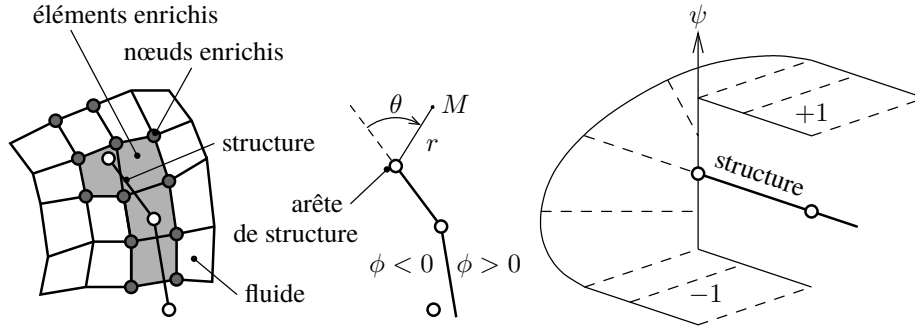


Figure 1: Enrichissement du champ de pression autour d'une structure mince dans un fluide acoustique

que, par conséquent, seules les matrices correspondantes (\mathbf{K}_{AA} , \mathbf{M}_{AA} , \mathbf{K}_{FA} , \mathbf{M}_{FA} , \mathbf{C}_{SA}) doivent être recalculées lorsque la position de la structure varie.

2 Réduction du problème par méthode de synthèse modale

Le champ de déplacement de la structure est cherché dans la base réduite constituée de ses m premiers modes propres avec ses liaisons cinématiques et enrichie de la déformée statique:

$$\underline{U}_S = [\Phi_{Sm} \quad \Psi_S] \underline{\alpha}_n \quad (3)$$

où $n = m + 1$ et $\underline{\alpha}_n$ est le champ de déplacement écrit dans la base réduite.

La méthode de réduction du fluide est similaire à celle développée par Craig et Bampton [4]. Les degrés de libertés d'interface sont choisis comme étant les ddl d'enrichissement. Les modes propres du fluide à interface fixe sont ainsi les modes propres de la cavité sans structures à l'intérieur:

$$(\mathbf{K}_{FF} - \omega_F^{i2} \mathbf{M}_{FF}) \phi_F^i = \underline{0}. \quad (4)$$

Les p premiers modes choisis comme base de projection pour le fluide sont rangés dans la matrice Φ_{Fp} . Les modes sont normés par rapport à la matrice de masse, et la projection Ω_{pp} de la matrice de raideur devient diagonale. Les modes statiques d'interface sont calculés comme les réponses successives de la cavité vide à des pressions unitaires sur les degrés de libertés enrichis. Ces modes forment les colonnes de la matrice Ψ_{FA} qui peut s'écrire de la façon suivante:

$$\Psi_{FA} = -\mathbf{K}_{FF}^{-1} \mathbf{K}_{FA}. \quad (5)$$

Finalement, le champ de pression est cherché dans la base réduite constituée des p premiers modes propres du fluide à interface fixe et des déformées statiques d'interface:

$$\begin{bmatrix} \underline{P}_F \\ \underline{P}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{Fp} & \Psi_{FA} \\ \mathbf{0}_{Ap} & \mathbf{1}_{AA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\alpha}_p \\ \underline{P}_A \end{bmatrix} \quad (6)$$

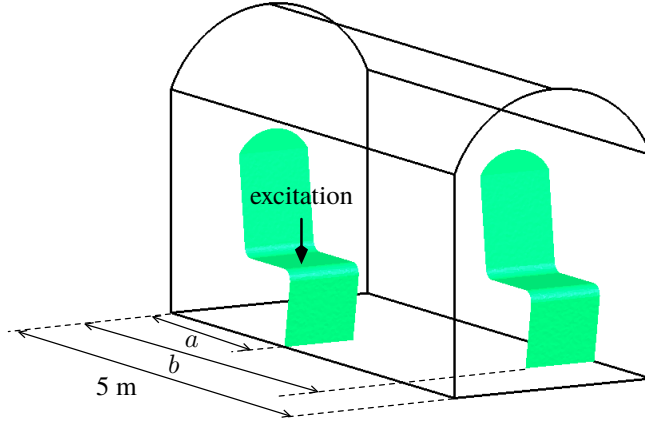


Figure 2: Deux structures immergées dans une cavité acoustique

où $[\underline{\alpha}_p^T \ \underline{P}_A^T]^T$ est le champ de pression discrétisé écrit dans la base réduite.

Le système réduit obtenu s'écrit:

$$\left(\begin{bmatrix} \Omega_{pp} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{K}_{AA} & 0 \\ 0 & -C_{An}^T & K_{nn} + \omega j D_{nn} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 1_{pp} & M_{pA} & 0 \\ M_{pA}^T & \hat{M}_{AA} & C_{An} \\ 0 & 0 & 1_{nn} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{\alpha}_p \\ \underline{P}_A \\ \underline{\alpha}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2 U_p \\ 0 \\ F_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

où les différentes matrices sont données en détail dans [2]. Ce système peut être condensé à l'interface pour ne faire apparaître que l'inconnue de pression \underline{P}_A . Cependant, les expérimentations numériques montrent que la condensation apporte peu et augmente même le temps de calcul dans certains cas.

3 Application à l'étude de l'influence des positions de deux structures dans une cavité acoustique

On considère deux structures identiques immergées dans une cavité acoustique [2] (Fig. 2). Les positions des deux structures sont paramétrées par a et b . Une excitation harmonique est appliquée à une des deux structures. On cherche à connaître les courbes enveloppes de la réponse de la cavité en terme de pression quadratique moyenne.

Le fluide est discrétisé par un maillage de 125327 tétraèdres à 4 nœuds tandis que la structure est maillée par 3613 éléments DKT [5]. La figure 3 donne le champ de pression pour deux fréquences d'excitation.

Pour une configuration donnée (a et b fixés), on construit 3 bases:

- base 38F-24S: 38 modes propres de la cavité, 24 modes propres de la structure, troncature à 200 Hz;

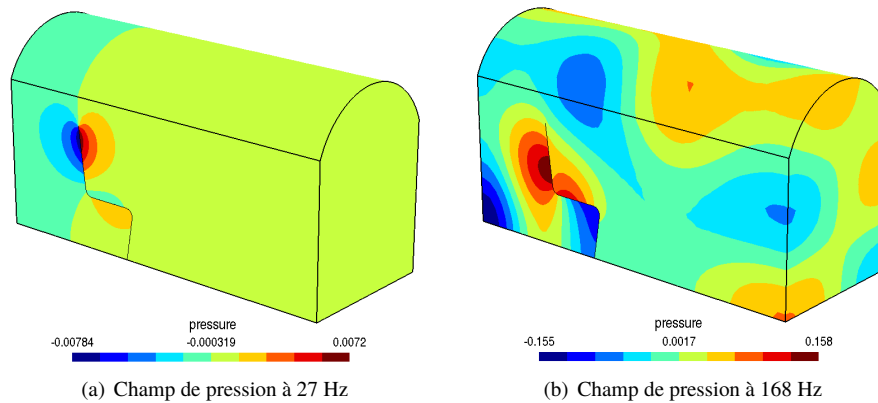


Figure 3: Champs de pression dans la cavité acoustique pour une configuration de structures fixée

- base 102F-32S: 102 modes propres de la cavité, 32 modes propres de la structure, troncature à 300 Hz;
- base 250F-44S: 250 modes propres de la cavité, 44 modes propres de la structure, troncature à 400 Hz;

On compare sur la figure 4 les résultats donnés par les 3 bases de réduction. La base construite avec des modes tronqués à la fréquence d'observation (200 Hz ici) donne des résultats trop éloignés de ceux attendus (base 38F-24S). Une troncature des modes propres du fluide à une fois et demi la fréquence d'observation (300 Hz ici) donne des résultats corrects (base 102F-32S). La base tronquée à deux fois la fréquence d'observation (400 Hz ici), donne des résultats très précis (base 250F-44S).

Les expérimentations numériques montrent que pour cet exemple où 500 pas de fréquence sont calculés, le temps de calcul en utilisant les bases réduites représente entre 6% (base 38F-24S) et 10% (base 250F-44S) du temps de calcul sans réduction. Autrement dit, le temps de calcul est globalement divisé par 10 pour cette étude.

Une étude paramétrique est menée sur les paramètres de positions des structures a et b afin d'obtenir les courbes enveloppes de la réponse en fréquence de la cavité avec $2 < a < 3$ m et $3 < b < 4$ m. Chaque intervalle de paramètre est discrétisé en 11 valeurs et toutes les possibilités de couples (a, b) sont calculées, ce qui représente 111 calculs. On utilise la base réduite 250F-44S afin de gagner en temps de calcul. Pour chaque nouvelle configuration, seuls les modes statiques d'interface sont recalculés, la base modale du fluide est inchangée. Les courbes enveloppes sont tracées sur la figure 5. Le gain en temps de calcul est d'au moins un facteur 10 pour cette étude.

Références

- [1] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko. A finite element method for crack growth

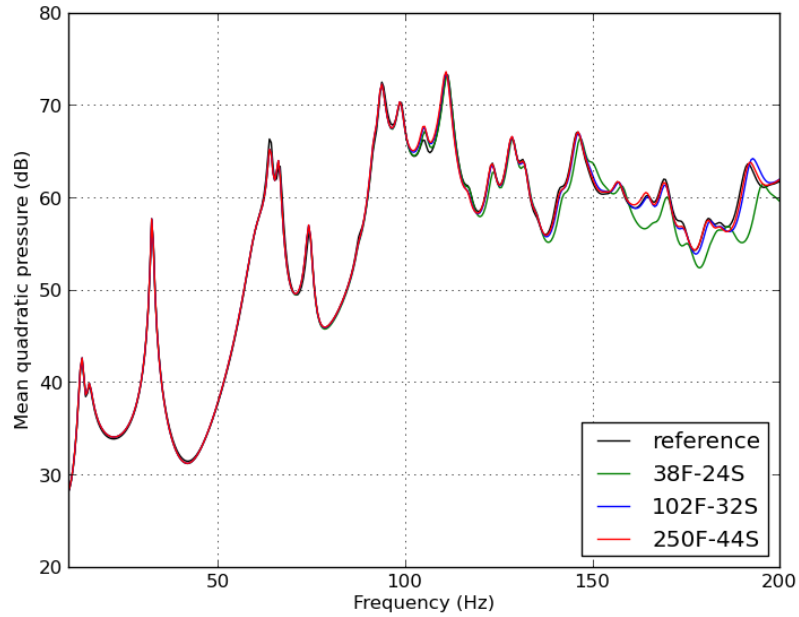


Figure 4: Fonction de réponse en fréquence de la pression quadratique moyenne dans la cavité acoustique pour une configuration donnée: comparaison des résultats des 3 bases de réduction

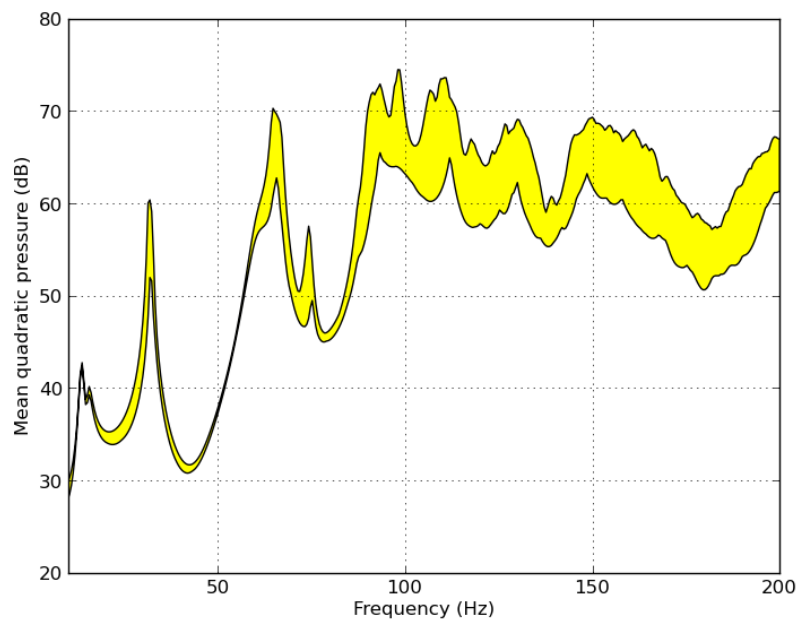


Figure 5: Courbes enveloppes de la fonction de réponse en fréquence de la pression quadratique moyenne dans la cavité acoustique pour $2 < a < 3$ (m) et $3 < b < 4$ (m)

without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46, 131-150, 1999.

[2] A. Legay. The extended finite element method combined with a modal synthesis approach for vibro-acoustic problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 101(5), 329-350, 2015.

[3] A. Legay. An extended finite element method approach for structural-acoustic problems involving immersed structures at arbitrary positions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 93(4):376-399, 2013.

[4] M.C.C. Bampton and R.R. Craig. Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, 6(7):1313-1319, 1968.

[5] J.L. Batoz and G. Dhatt. Modélisation des structures par éléments finis. Vol. 3, Coques. HERMES, 1992.